SBP Elektrotechnik

Diese Lernkarten sind sorgfältig erstellt worden, erheben aber weder Anspruch auf Richtigkeit noch auf Vollständigkeit.

Das Lernen mit Lernkarten funktioniert nur wenn die Inhalte bereits einmal verstanden worden sind. Ich warne davor diese Lernkarten nur stur auswendig zu lernen.

Diese und andere Lernkarten können von

`http://www.clifford.at/zettelkasten/`

heruntergeladen werden.

Viel Erfolg bei der **SBP Elektrotechnik** Prüfung!

Clifford Wolf <clifford@clifford.at>

SI Basiseinheiten

SI-Basisgröße		SI-Basiseinheit	
Länge	l	der Meter	$1\,\mathrm{m}$
Zeit	t	die Sekunde	$1\,\mathrm{s}$
Masse	m	das Kilogramm	$1\,\mathrm{kg}$
Stromstärke	I	das Ampere	$1\,\mathrm{A}$
Temperatur	T	das Kelvin	$1\,\mathrm{K}$
Lichtstärke	I_v	das Candela	$1\,\mathrm{cd}$
Stoffmenge	n	das Mol	$1\,\mathrm{mol}$

Abgeleitete Größen und Einheiten

Abgeleitete Größe		Abgeleitete Einheit	
Frequenz	f	Hertz	$1\,\mathrm{Hz} = {}^{1}/_{\mathrm{s}}$
Kraft	F	Newton	$1\,\mathrm{N} = 1\,{}^{\mathrm{kg\cdot m}}/_{\mathrm{s^2}}$
Druck	ρ	Pascal	$1\,\mathrm{Pa} = 1\,{}^{\mathrm{N}}/_{\mathrm{m^2}}$
Energie	E	Joule	$1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{N\,m}$
Leistung	P	Watt	$1\,\mathrm{W} = 1\,{}^{\mathrm{J}}/_{\mathrm{s}}$
elektrische Spannung	U	Volt	$1\,\mathrm{V} = 1\,{}^{\mathrm{W}}/_{\mathrm{A}}$
elektrische Ladung	Q	Coulomb	$1\,\mathrm{C} = 1\,\mathrm{A\,s}$
elektrischer Widerstand	R	Ohm	$1\,\Omega = 1\,{}^{\mathrm{V}}/_{\mathrm{A}}$
elektrischer Leitwert	G	Siemens	$1\,\mathrm{S} = {}^{1}/_{\Omega}$
elektrische Kapazität	C	Farad	$1\,\mathrm{F} = 1\,{}^{\mathrm{C}}/_{\mathrm{V}}$
Induktivität	L	Henry	$1\,\mathrm{H} = 1\,{}^{\mathrm{V\cdot s}}/_{\mathrm{A}}$
magnetischer Fluss	Φ	Weber	$1\,\mathrm{Wb} = 1\,\mathrm{V\,s}$
magnetische Flussdichte	B	Tesla	$1\,\mathrm{T} = 1\,{}^{\mathrm{Wb}}/_{\mathrm{m^2}}$

Ladung, Strom und Stromdichte

Elementarladung (Ladung eines Elektron e^- bzw. Proton e^+):

$$e \approx 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \qquad e^+ = +e \qquad e^- = -e$$

Der Strom I ist bewegte elektische Ladung Q:

$$I = Q/t \qquad [I] = 1\,\mathrm{A} \qquad [Q] = 1\,\mathrm{A\,s} = 1\,\mathrm{C}$$

Die Stromdichte J ist Strom pro Leiterquerschnitt:

$$J = I/A \qquad [J] = 1\,{}^{\mathrm{A}}\!/\!{}_{\mathrm{mm}^2} \qquad I = \iint_A \vec{J}\,\mathrm{d}\vec{a}$$

Spannung, Widerstand, Leitwert

Die Spannung U ist die Ursache fuer das Fliessen von Strom.

Der Widerstand R des Leiters behindert das Fliessen von Strom.

Das Ohmsche Gesetz drückt diesen Zusammenhang aus:

$$I = U/R \quad \Leftrightarrow \quad U = R \cdot I \qquad [U] = 1\,\mathrm{V} \quad [R] = 1\,\Omega$$

Der Leitwert G ist der Kehrwert des Widerstandes:

$$G = 1/R \qquad [G] = 1\,\mathrm{S}$$

Spannungserzeugung

- Induktion
- Chemische Wirkung
- Licht
- Wärme
- Piezoelektrizität
- Reibung

Spannungs- bzw. Stromarten

Gleichstrom, DC

Beim Gleichstrom fließt der Strom immer in die Gleiche Richtung. Ist auch die Stromstärke konstant so spricht man vom idealen Gleichstrom.

Wechselstrom, AC

Beim Wechselstrom fließt der Strom abwechselnd in eine und in die andere Richtung. Dabei ändert sich ständig die Stromstärke.

Stromrichtung, Strom- und Spannungspfeile

Die technische Stromrichtung ist im äußeren Stromkreis vom Pluspol zum Minuspol gerichtet und damit dem Elektronenstrom entgegengesetzt.

Strompfeile zeigen in Richtung der technischen Stromrichtung.

Spannungspfeile zeigen vom höheren zum tieferen Potential (in Richtung des Spannungsabfalls).

Widerstandsgerade

Da das Ohmsche Gesetz

$$U = I \cdot R$$

eine Proportionalität beschreibt ist die U-I-Kennlinie jedes Ohmschen Widerstandes eine Gerade mit der Steigung $1/R$.

$$[R] = 1\,\Omega = 1\,{}^{\mathrm{V}}/_{\mathrm{A}}$$

Ideale Strom- und Spannungsquellen

Eine Ideale Spannungsquelle liefert unabhänig vom Strom immer die selbe Spannung.

Eine Ideale Stromquelle liefert unabhänig von der benötigten Spannung immer den selben Strom.

Ideale Spannungsquellen werden im Kurzschluss singuär.
Ideale Stromquellen werden im Leerlauf singulär.

Leiterwiderstand, spezifischer Widerstand, Leitfähigkeit

Der Leiterwiderstand R errechnet sich aus dem spezifischen Widerstand des verwendeten Leiterwerkstoffes ϱ der Leiterlänge l (in m) und des Leiterquerschnitts A (in mm^2):

$$R = \frac{\varrho \cdot l}{A} \qquad [\varrho] = 1\,{}^{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}\!/\!_{\mathrm{m}}$$

Der Kehrwert des spezifischen Widerstands ist die Leitfähigkeit γ:

$$\gamma = 1/\varrho \qquad [\gamma] = 1\,{}^{\mathrm{S \cdot m}}\!/\!_{\mathrm{mm}^2} = 1\,{}^{\mathrm{m}}\!/\!_{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}$$

z.B. Leitfähigkeit von Kupfer: $\gamma_{\mathrm{Cu}} = 56\,{}^{\mathrm{S \cdot m}}\!/\!_{\mathrm{mm}^2}$

Die kirchhoffschen Gesetze

1. Knotenregel:

In einem Knoten ist die Summe aller zufließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden Ströme.

Oder mit negativem Vorzeichen für abfließenden Ströme:
Die Summe aller Ströme in einem Knoten ist gleich Null.

2. Maschenregel:

Die Summe aller Spannungen in einer Masche ist gleich Null.
(Umlaufrichtung und Vorzeichen beachten!)

Reihenschaltung von Widerständen

In einer Reihenschaltung von Widerständen addieren sich die Widerstandswerte auf.

$$R = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$$

Die abfallende Spannung Teilt sich dabei proportional zu den Widerstandswerten auf (Spannungsteiler).

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \cdots = \frac{U_n}{R_n} \qquad U_i = U \cdot \frac{R_i}{R}$$

Parallelschatung von Widerständen

In einer Parallelschatung von Widerständen addieren sich die Leitwerte auf.

$$G = G_1 + G_2 + \cdots + G_n$$

Der fliessende Strom Teilt sich dabei proportional zu den Leitwerten auf (Stromteiler).

$$U = \frac{I_1}{G_1} = \frac{I_2}{G_2} = \cdots = \frac{I_n}{G_n} \qquad I_i = I \cdot \frac{G_i}{G}$$

Dualität

Zwei Schaltungen heißen **zueinander dual**, wenn die eine hinsichtlich der Ströme die gleichen Eigenschaften aufweist wie die andere hinsichtlich der Spannungen.

Paare zueinander dualer Scahltungen	
Stromquelle U	Spannungsquelle I
Widerstand R	Leitwert G
Widerstände in Serie	Widerstände parallel

Arbeit, Energie und Leistung

Die Arbeit W bezeichnet die Energiemenge E, die von einer Form in eine andere Umgewandelt wird.

$$[W] = [E] = 1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{N\,m} = 1\,\mathrm{W\,s}$$

Elektrische Arbeit:

$$W = U \cdot Q \qquad\qquad [W] = 1\,\mathrm{V\,C} = 1\,\mathrm{J}$$

Die Leistung P ist Arbeit pro Zeiteinheit:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{U \cdot Q}{t} = U \cdot I \qquad\qquad [P] = 1\,\mathrm{W} = 1\,\mathrm{V} \cdot \mathrm{A}$$

Wirkungsgrad

Bei einem elektromechanischen System unterscheidet man die zugeführte Leistung P_{zu}, die abgegebene Leistung P_{ab} und die Verlustleitsung P_{V}:

$$P_{\text{V}} = P_{\text{zu}} - P_{\text{ab}} \qquad \Leftrightarrow \qquad P_{\text{zu}} = P_{\text{ab}} + P_{\text{V}}$$

Der Quotient aus abgegebener und zugeführter Leistung heißt Wirkungsgrad η:

$$\eta = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{zu}}} = 1 - \frac{P_{\text{V}}}{P_{\text{zu}}} \qquad (\eta \leq 1)$$

Der Wirkungsgrad ist eine dimensionslose Verhältniszahl und wird oft in Prozent angegeben.

Der elektrische Fluss

Eine elektrische Ladung $+Q$ und ihre Gegenladung $-Q$ bewirken eine Feldänderung - den **elektrischen Fluss** Ψ - im Raum zwischen diesen Ladungen.

Der elektrische Fluss ist Betrags- und Einheitsmäßig mit der felderzeugenden Ladung Q ident.

$$[\Psi] = [Q] = 1\,\mathrm{C}$$

Der elektrische Fluss kann durch Feldlinien oder Feldröhren veranschaulicht werden, die bei der positiven Ladung $+Q$ beginnen und der negativen Gegenladung $-Q$ enden.

Die elektrische Flussdichte

Die zu einem elektrischen Fluss Ψ gehörenden Feldlinien oder Feldröhren bilden das Vektorfeld der **elektrischen Flussdichte** $\vec{D}$.

$$\Psi = \iint_A \vec{D}\,\mathrm{d}\vec{a} \qquad\qquad [\vec{D}] = \frac{[Q]}{[A]} = 1\,{}^{\mathrm{C}}\!/\!{}_{\mathrm{m}^2}$$

(A sei die von den Feldlinien (normal) durchsetzte Fläche und $\mathrm{d}\vec{a} = \vec{n}\mathrm{d}a$ ein Segment dieser Fläche mit $\vec{n}$ als Einheitsnormalvektor auf dieses Segment.)

Je kleiner der Abstand der Feldlinien, je mehr Feldlinien die gleiche Fläche durchdringen, desto grösser ist die elektrische Flussdichte an der betreffenden Stelle.

Die elektrische Feldstärke

Der elektrische Fluss mit der Flussdichte $\vec{D}$ bewirkt im Raum den er durchdringt ein **elektrisches Feld** mit der **elektrischen Feldstärke** $\vec{E}$ indirekt proportional zur Permittivität ε des durchdrungenen Mediums.

$$\vec{E} = \vec{D}\frac{1}{\varepsilon} \quad \Leftrightarrow \quad \varepsilon\vec{E} = \vec{D}$$

Im elektrischen Feld $\vec{E}$ wird eine Probeladung Q mit der Kraft $\vec{F}$ beschleunigt (Coulombkraft):

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q} \qquad\qquad [E] = \frac{[F]}{[Q]} = 1\,{}^{\mathrm{N}}\!/_{\mathrm{C}} = 1\,{}^{\mathrm{V}}\!/_{\mathrm{m}}$$

Elektrisches Potential

Wird im (homogenen) elektrischen Feld $\vec{E}$ eine Probeladung Q entgegen der Coulombkraft einen Weg $\vec{s}$ bewegt, so wird die Energie W in dem System aus Probeladung und Feld gespeichert (ähnlich der Lageenergie einer Masse im Gravitationsfeld).

$$W = -\vec{E} \cdot \vec{s} \cdot Q$$

Unter der Wahl eines belibigen Bezungspunktes kann jedem Punkt im Raum ein **elektrisches Potential** φ zugeordnet werden:

$$\varphi = -\vec{E} \cdot \vec{s} \qquad\qquad [\varphi] = 1\,\mathrm{V}$$

Die **Potentialdifferenz** zwischen zwei Punkten ist die Spannung U.

Permittivität

Die Permittivität (dielektrische Leitfähigkeit) ε gibt die Durchlässigkeit eines Materials für elektrische Felder an.

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$$

ε .... Permittivität in $\mathrm{F/m} = \mathrm{C/Vm}$
ε_0 .... elektrische Feldkonstante in $\mathrm{F/m} = \mathrm{C/Vm}$
ε_r .... relative Permittivität als Verhältniszahl

$\vec{D}$ .... elektrische Flussdichte in $\mathrm{C/m^2}$
$\vec{E}$ .... elektrische Feldstärke in $\mathrm{V/m}$

$\varepsilon_0 \approx 8{,}8542 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F/m}$ ist die Permittivität des Vakuums.

Die Kapazität

Durch Anlegen einer Spannung kann Ladung in einem Kondensator gespeichert werden. Die **Kapazität** C des Kondensators gibt an, wie viel Ladung Q pro Spannungseinheit U im Kondensator gespeichert werden kann:

$$Q = C \cdot U \quad \Leftrightarrow \quad C = \frac{Q}{U} \qquad\qquad [C] = 1\,\mathrm{C/V} = 1\,\mathrm{F}$$

Das Farad (1 F) ist eine sehr große Einheit. Gebräuchlich ist daher 1 mF, 1 μF, 1 nF und 1 pF.

Serien- und Parallelschaltung von Kondensatoren

Bei einem Plattenkondensator ist die Kapazität C direkt proportional zur Plattenoberfläche A und indirekt proportional zum Plattenabstand h. $([\varepsilon] = 1\,{}^{\mathrm{F\cdot m}}/_{\mathrm{m}^2} = 1\,{}^{\mathrm{F}}/_{\mathrm{m}})$

Parallelschaltung von Kondensatoren:

$$A = A_1 + A_2 + \cdots + A_n \qquad \Longrightarrow \qquad C = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$$

Serienschaltung von Kondensatoren:

$$h = h_1 + h_2 + \cdots + h_n \qquad \Longrightarrow \qquad C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}}$$

Magnetische Felder

Das magnetische Feld ist ein Wirbelfeld. Die Feldlinien verlaufen **ausserhalb eines Stabmagneten vom Nord- zum Südpol** und innerhalb vom Süd- zum Nordpol.

Magnetische Felder werden immer von elektrischen Strömen (allgem. bewegten elektrischen Ladungen) verursacht:

- Leitungsströme
- Konvektionsströme
- Elektronenspin

Bestimmung der Richtung der Feldlinien aus der technischen Stromrichtung: **Rechtsschraubenregel**, **Korkenzieherregel**, **Rechte-Hand-Regel**

Die Magnetische Feldstärke (beim geraden Leiter)

Für die Magnetische Feldstärke im Außenraum eines geraden stromdurchflossenen Leiters gilt:

$$H = \frac{I}{l} = \frac{I}{2r\pi}$$

H .... Magnetische Feldstärke in $^{\mathrm{A}}/_{\mathrm{m}}$
I .... Leitungsstrom in A
l .... Länge der Feldlinie in m
r .... Radius der Feldlinie in m

Bzw. der allgemeine Fall für alle Arten von Strömen:

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \left(\vec{J} = \text{Stromdichte}, \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \text{Verschiebestrom}\right)$$

Die Magnetische Feldstärke in Leiterschleifen und Spulen

Im Mittelpunkt einer kreisrunden dünnen Leiterschleife:

$$H = \frac{I}{d} = \frac{I}{2r} \qquad [H] = 1\,\mathrm{A/m}, \quad [I] = 1\,\mathrm{A}, \quad [d] = 1\,\mathrm{m}$$

In einer Zylinderspule mit N Windungen und Länge l:

$$H \approx \frac{I \cdot N}{l} \qquad \text{wenn } l > 10d$$

In einer Ringspule mit Durchmesser D und Stärke d:

$$H \approx \frac{I \cdot N}{l} = \frac{I \cdot N}{D \cdot \pi} \qquad \text{wenn } D > 5d$$

Magnetische Durchflutung

Die (magnetische) Durchflutung Θ ist ein Maß fuer die erregende Kraft der magnetischen Feldstärke in einer Spule mit N Windungen die vom Stron I durchflossen wird.

$$\Theta = N \cdot I \qquad [\Theta] = 1\,\mathrm{A}$$

Bei der Durchflutung wird jeder Strom in seiner Vielfachheit gemäß der entsprechenden Anzahl von Windungen gezählt.

Aus der Beziehung $H = \frac{IN}{l}$ in einer Spule folgt der Durchflutungssatz:

$$\Theta = N \cdot I = H \cdot l$$

Magnetischer Fluss und magnetische Flussdichte

Der **magnetische Fluss** Φ ist die Gesamtheit aller Feldlinien des magnetischen Feldes.

$$[\Phi] = 1\,\mathrm{V\,s} = 1\,\mathrm{Wb} = 1\,\mathrm{Weber}$$

Ändert sich in einer Leiterschleife ($N = 1$) in $1\,\mathrm{s}$ der magnetische Fluss um $1\,\mathrm{Wb}$ so wird eine Spannung von $1\,\mathrm{V}$ induziert.

Magnetischer Fluss je Flächeneinheit wird **magnetische Flussdichte** $\vec{B}$ genannt:

$$\Phi = \iint_A \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{a} \qquad [\vec{B}] = 1\,{}^{\mathrm{Wb}}/_{\mathrm{m}^2} = 1\,\mathrm{T} = 1\,\mathrm{Tesla}$$

Permeabilität

Die **Permeabilität** μ gibt die Durchlässigkeit eines Materials für magnetische Felder an.

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

μ .... Permeabilität in ${}^{\mathrm{Vs}}/_{\mathrm{Am}} = {}^{\mathrm{H}}/_{\mathrm{m}}$
μ_0 .... magnetische Feldkonstante in ${}^{\mathrm{Vs}}/_{\mathrm{Am}} = {}^{\mathrm{H}}/_{\mathrm{m}}$
μ_r ....relative Permeabilität als Verhältniszahl

$\vec{B}$ .... magnetische Flussdichte in ${}^{\mathrm{Vs}}/_{\mathrm{m^2}} = \mathrm{T}$
$\vec{H}$ .... magnetische Feldstärke in ${}^{\mathrm{A}}/_{\mathrm{m}}$

$\mu_0 \approx 4\pi \cdot 10^{-7}\,{}^{\mathrm{Vs}}/_{\mathrm{Am}}$ ist die Permeabilität des Vakuums.

Induktivität

Die **Induktivität** L einer Leiterschleife ($N = 1$) oder Spule gibt direkt den Zusamenhang zwischen dem Strom I und dem magnetischen Fluss Φ an:

$$\Phi = L \cdot I \qquad\qquad [L] = \frac{[\Phi]}{[I]} = 1\,{}^{\mathrm{Vs}}\!/\!_{\mathrm{A}} = 1\,\mathrm{H} = 1\,\mathrm{Henry}$$

Die Induktivität einer Spule ergibt sich demnach aus:

$$L = \frac{\Phi_{\mathrm{v}}}{I} = \frac{N \cdot \Phi}{I} = \frac{N^2 \cdot \mu \cdot A}{l}$$

($\Phi_{\mathrm{v}} = N \cdot \Phi$ ist der *verkettete magnetische Fluss*.)

Die magnetische Spannung, der magnetische Leitwert und der magnetische Widerstand

Die **magnetische Spannung** U_m ist das Linienintegral über die magnetische Feldstärke $\vec{H}$. Betrachtet man einen vollständigen Umlauf so entspricht die magnetische Spannung der Durchflutung Θ.

$$U_\mathrm{m} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{s} \qquad \Theta = H \cdot l = \oint \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{s}$$

Der **magnetische Leitwert** Λ bzw. der **magnetische Widerstand** R_m ergiebt sich aus der Permeabilität μ sowie der Geometrie $A \times l$ des Bauteils:

$$\Lambda = \frac{\mu \cdot A}{l} \qquad R_\mathrm{m} = \frac{l}{\mu \cdot A}$$

Das ohmsche Gesetz für den magnetischen Kreis

Der **magnetische Fluss** Φ in einem **magnetischen Kreis** ergibt sich aus der **magnetische Spannung** $U_\mathrm{m} = \Theta$ und dem magnetischen Leitwert Λ bzw. dem magnetischen Widerstand R_m der verwendeten Bauteile:

$$\Phi = \frac{\Theta}{R_\mathrm{m}} \qquad\qquad \Phi = \Theta \cdot \Lambda$$

Bei einer Reihenschaltung magnetischer Widerstände addieren sich die magnetischen Widerstandswerte.

Bei einer Parallelschaltung magnetischer Widerstände addieren sich die magnetischen Leitwerte.

Magnetischer Kreis mit Luftspalt

Bei einem magnetischen Kreis aus einem Eisenkörper und einem Luftspalt kann i.d.R. der magnetische Widerstand des Eisenkörpers vernachlässigt werden.

Zur näherungsweisen Berechnung der magnetischen Durchflutung gilt die Merkregel:

$$\frac{1\,\mathrm{mm} \cdot 1\,\mathrm{T}}{\mu_0} \approx 800\,\mathrm{A}$$

Pro 1 mm Luftspalt und 1 T Flussdichte wird eine Druchflutung von $\approx 800\,\mathrm{A}$ benötigt.

Magnetischer Streufluss

In einem Magnetischen Kreis mit Luftspalt und einer **konzentrierten Wicklung** wird nur ein Teil des von der Spule erzeugten **Gesamtflusses** Φ_{g} als **Nutzfluss** Φ_{n} im Luftspalt verwertet. Der Rest nimmt einen zum Luftspalt parallel liegende Weg. Dieser Rest wird **Streufluss** Φ_{st} genannt.

$$\Phi_{\mathrm{g}} = \Phi_{\mathrm{n}} + \Phi_{\mathrm{st}}$$

Φ_{st} wird oft über den **Streufaktor** σ als Verhältnisgröße (z.B. in Prozent) zum Nutzfluss Φ_{n} bestimmt:

$$\Phi_{\mathrm{st}} = \sigma \cdot \Phi_{\mathrm{n}}$$

Magnetische Feldlinien beim Übertritt von einem Medium in ein anderes

Sei $\vec{B}_1$ die Flussdichte auf der einen und $\vec{B}_2$ die Flussdichte auf der anderen Seite einer Grenzschicht zweier Medien mit der Permeabilität μ_1 und μ_2.

Sei weiters α der Winkel von $\vec{B}_1$ zum Lot auf die Grenzschicht und β der Winkel von $\vec{B}_2$ zum Lot auf die Grenzschicht und $B_{1\mathrm{T}}$ sowie $B_{2\mathrm{T}}$ der Betrag der zur Grenzschicht tangentialen Komponente von $\vec{B}_1$ und $\vec{B}_2$.

$$\frac{B_{1\mathrm{T}}}{B_{2\mathrm{T}}} = \frac{\tan\alpha}{\tan\beta} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

D.h. die magnetischen Flusslinien treten aus einem hochpermeablen Material (z.B. Eisen) näherungsweise normal in die Luft über.

Sinusgrössen
am Beispiel der Wechselspannung

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin(t\omega + \varphi_{\mathrm{u}})$$

$\hat{U}$ .... Spitzenspannung
ω .... Kreizfrequenz in $\mathrm{rad}/\mathrm{s} = 1/\mathrm{s} = \mathrm{Hz}$
φ_{u} .... Nullphasenwinkel in rad

$\omega =$ die Winkelgeschwindigkeit im Zeigerdiagramm

$$\omega = \frac{\alpha}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Arithmetischer Mittelwert und Gleichrichtwert sinusförmiger Größen

Arithmetischer Mittelwert $\bar{U}$: Das Integral über eine volle Schwingung durch die Periodendauer. Bei reinem Sinus ohne Gleichanteil = 0.

Gleichrichtwert $|\bar{U}|$: Das Integral des Betrags über eine volle Schwingung durch die Periodendauer.

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left|\hat{U}\sin(t)\right|\,\mathrm{d}t \;=\; \frac{2\hat{U}}{2\pi}\int_0^{\pi}\sin(t)\,\mathrm{d}t \;=$$

$$=\; \frac{\hat{U}}{\pi}\Big[-\cos(t)\Big]_{t=0}^{t=\pi} \;=\; \frac{2\,\hat{U}}{\pi}$$

Effektivwert sinusförmiger Spannungen

Effektivwert U: jene Gleichspannung, die an einem ohmschen Verbraucher die gleiche Leistung in Wärme umsetzt. Aus $P = U^2/R$ folgt:

$$\frac{U^2}{R} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{R}\,(u(t))^2\ \mathrm{d}t \implies U = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}(u(t))^2\ \mathrm{d}t}$$

Für sinusförmige Spannungen folgt aus $\int_0^{2\pi}\sin^2(t)\,\mathrm{d}t = \pi$:

$$U = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\hat{U}^2\sin^2(t)\,\mathrm{d}t} = \sqrt{\frac{\hat{U}^2\pi}{2\pi}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

Scheitelfaktor und Formfaktor sinusförmiger Grössen

Scheitelfaktor $k_{\mathbf{s}}$: Verhältnis von Scheitelwert (Spitzenwert) zu Effektivwert $\hat{U}/U$. Bei sinusförmiger Spannung $= \sqrt{2} \approx 1,414$.

Formfaktor $k_{\mathbf{f}}$: Verhältnis von Effektivwert zu Gleichrichtwert $U/|\bar{U}|$. Bei sinusförmiger Spannung $= \pi/(2\sqrt{2}) \approx 1,111$.

Induktionsgesetz

$$u = -\frac{\Delta\Phi_\mathrm{v}}{\Delta t} = N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \qquad\qquad \Phi = BA$$

Bewegungsinduktion (Änderung der Geometrie A):

$$u = -NB\frac{\Delta A}{\Delta t}$$

Ruheinduktion (Änderung der Flussdichte B):

$$u = -NA\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

Φ_v = Verkettungsfluss, $\quad N$ = Windungszahl

Lenzsche Regel

Der induzierte Strom (und das damit verknüpfte magnetische Feld) wirken stets der Ursache der Induktion entgegen.

Bei Bewegungsinduktion: die resultierende Lorenzkraft wirkt entgegen der ursprünglichen Bewegungsrichtung.

Bei Ruheinduktion: das resultierende magnetische Feld wirkt entgegen der ursprünglichen Feldänderung.

Bewegungsinduktion normal und schräg zum magnetischen Feld

$$u = N \cdot B \cdot l \cdot v_{\mathrm{x}} = N \cdot B \cdot L \cdot v \cdot \sin\alpha$$

N .... Windungszahl bei Spule (sonst $N = 1$)
l .... Leiterlänge im magnetischen Feld
v .... Geschwindigkeit des Leiters
v_{x} .... Komponente von $\vec{v}$ normal zu $\vec{B}$
α .... Winkel der von $\vec{v}$ und $\vec{B}$ eingeschlossen wird

Induktion einer im magnetischen Feld rotierenden Leiterschleife

$$u = \hat{U} \cdot \sin(\omega t) \qquad \hat{U} = 2 \cdot r \cdot l \cdot B \cdot \omega$$

r, l .... Radius und Länge der Leiterschleife in m
B .... magnetische Flussdichte in T
ω .... Winkelgeschwindigkeit in $\mathrm{rad}/\mathrm{s} = \mathrm{Hz}$

Ruheinduktion bei sinusförmigem Flussverlauf

$$u = \hat{U} \cdot - \cos(\omega t) \qquad \hat{U} = N \cdot \omega \cdot \hat{\Phi}$$

N .... Windungszahl
ω .... Kreisfrequenz in $^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}} = \mathrm{Hz}$
$\hat{\Phi}$ .... Spitzenwert des Flusses in Wb

Effektivwert der induzierten Spannung:

$$U \approx 4{,}44 \cdot N \cdot f \cdot \hat{\Phi} \qquad \left(\text{wegen } \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \approx 4{,}44\right)$$

Selbsinduktion

Selbsinduktion = Induktion durch Änderung des Stromflusses durch eine Spule in die Spule zurück.

Eine Änderung des Stroms i in einer Spule um Δi bewirkt eine Änderung des magnetischen Flusses Φ um $\Delta\Phi$.

$$u = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}, \quad \frac{\Delta i}{\Delta t} \sim \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad \Longrightarrow \quad u \sim -\frac{\Delta i}{\Delta t}$$

Induktivität einer Spule

$$\Phi_\mathrm{v} = N \cdot \Phi = Li$$

N .... Windungszahl der Spule
Φ_v .... Verkettungsfluss in Wb = Vs
Φ .... Magnetischer Fluss in Wb = Vs
L .... Induktivität in H = Vs/A

Induktivität L = Verkettungsfluss in Weber
pro Ampere Stromstärke

Selbstinduktionsspannung einer Spule

$$u_{\mathrm{L}} = -L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

u_{L} .... Selbstinduktionsspannung in V
L .... Induktivität in $\mathrm{H} = \mathrm{Vs}/\mathrm{A}$
$\Delta i/\Delta t$ .... Stromänderung in A/s

Berechnung der Induktivität einer schlanken Zylinderspule

Bei einer schlanken Zylinderspule ($l/d > 10$):

$$L = N^2 \mu \frac{A}{l}$$

N .... Windungszahl der Spule
L .... Induktivität in $\mathrm{H} = {}^{\mathrm{Vs}}/_{\mathrm{A}}$
A .... Spulenquerschnitt in m^2 ($A = (d/2)^2\pi$)
l .... Spulenlänge in m

Bzw. allgemein am magnetischen Kreis:

$$L = N^2 \cdot (1/R_\mathrm{m}) = N^2 \cdot \Lambda$$

Doppelte Windugszahl → vierfache Induktivität!

Induktivitätsbelag einer Doppelleitung

Induktivitätsbelag = Induktivität pro Leitungslänge

$$L' = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \left(1 + 4 \ln \frac{4a}{d}\right)$$

L' .... Induktivitätsbelag in $^{\mathrm{H}}/_{\mathrm{m}} = {}^{\mathrm{Vs}}/_{\mathrm{Am}}$
μ .... Permeabilität in $^{\mathrm{H}}/_{\mathrm{m}} = {}^{\mathrm{Vs}}/_{\mathrm{Am}}$
a, d .... Abstand und Durchmesser der Leiter

Bei Verringerung des Abstands der Leiter sinkt auch die Induktivität der Doppelleitung!

Reihen- und Parallelschaltung von Induktivitäten

Reihenschaltung von magnetisch nicht gekoppelten Spulen:

$$L_{\mathrm{ges}} = L_1 + L_2 + \cdots + L_n$$

Parallelschaltung von magnetisch nicht gekoppelten Spulen:

$$\frac{1}{L_{\mathrm{ges}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_n}$$

Gegeninduktivität magnetisch gekoppelter Spulen

$$M = k \cdot \frac{N_1 \cdot N_2}{R_\mathrm{m}} = k \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot \Lambda$$

M .... Gegeninduktivität in H
N_1, N_2 .... Windungszahl der beiden Spulen
k .... magnetischer Kopplungsgrad ($\Phi_\mathrm{prim}/\Phi_\mathrm{sec}$)
R_m .... magnetischer Widerstand in H^{-1}
Λ .... magnetischer Leitwert in H

Induktivität vs. Gegeninduktivität:
Induktivität $L = \Phi_\mathrm{v}/i$ in der jew. selben Spule
Gegeninduktivität $M = \Phi_\mathrm{v}/i$ in der jew. anderen Spule

Längenbez. Gegeninduktivität zweier paralleler Doppelleitungen

1. Doppelleitung: Leitung 1 und 2,
2. Doppelleitung: Leitung 3 und 4:

$$M' = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{r_{14} r_{23}}{r_{13} r_{24}}$$

M' .... Gegeninduktivitätsbelag in $^{\mathrm{H}}/_{\mathrm{m}}$
r_{ij} .... Abstand zwischen den Leitern i und j

Die Gegeninduktivität wird minimal wenn der rechte Faktor $\ln 1 = 0$ wird:

$$\frac{r_{14} r_{23}}{r_{13} r_{24}} \to 1 \quad \text{bzw.} \quad \frac{r_{14}}{r_{24}} = \frac{r_{13}}{r_{23}} \quad \text{bzw.} \quad \frac{r_{14}}{r_{13}} = \frac{r_{24}}{r_{23}}$$

Übersetzungsverhältnis eines idealen Transformators

Übersetzungsverhältnis eines idealen Transformators bei sinudialen Signalen:

$$\ddot{u} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

$\ddot{u}$ .... Übersetzungsverhältnis
N_1, N_2 .... primärseitige bzw. sekundärseitige Windungszahl
U_1, U_2 .... primärseitige bzw. sekundärseitige Spannung
I_1, I_2 .... primärseitiger bzw. sekundärseitiger Strom

Die Leistung ist primärseitig und sekundärseitig ident:

$$U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2 \quad \Longrightarrow \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

Transformation von Zweipolelementen

Transformation von Zweipolelementen bei sinudialen Signalen:

$$R' = R \cdot \ddot{u}^2 \qquad L' = L \cdot \ddot{u}^2 \qquad C' = C/\ddot{u}^2$$

$\ddot{u}$ .... Übersetzungsverhältnis
R', L', C' .... primärseitig übersetzte Bauteilwerte
R, L, C ....sekundärseitig angeschlossene Bauteilwerte

Energie im magnetischen Feld

Energieinhalt einer stromdurchflossenen Spule:

$$W = \frac{L \cdot i^2}{2} = \frac{N^2 \cdot \Phi^2}{2 \cdot L} = \frac{N \cdot \Phi \cdot i}{2}$$

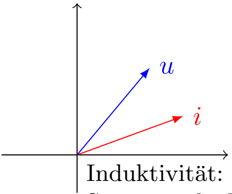
Energiedichte einer stromdurchflossenen Spule:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B \cdot H}{2} = \frac{\mu \cdot H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu}$$

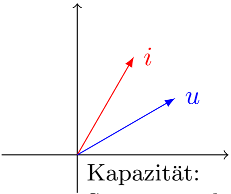
Zeigerdiagramm

Sinusförmige Wechselgrössen werden durch rotierende Zeiger dargestellt.

Alle in einem Zeigerdiagramm dargestellten Zeiger haben die gleiche Frequenz f und daher auch die gleiche Winkelgeschwindigkeit ω.



Induktivität:
Strom nacheilend



Kapazität:
Strom voreilend

Wirk- und Blindwiderstand

Wirkwiderstand R**:**
$R = U/I$ für die Anteile von U und I die in Phase sind (ohmscher Widerstand).

Blindwiderstand X**:**
$X = U/I$ für die Anteile von U und I die um $90\,^\circ$ Phasenversetzt sind (X_L positiv bei Induktivitäten und X_C negativ bei Kapazitäten).

$$X_\mathrm{L} = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} = \frac{U}{I} = \omega \cdot L \qquad X_\mathrm{C} = -\frac{\hat{u}}{\hat{i}} = -\frac{U}{I} = -\frac{1}{\omega \cdot C}$$

Blindleitwert B**:**
$B = -1/X$ (Vorzeichen weil komplex reziproker Wert)

Komplexe Rechnung in der E-Technik

Die imaginäre Einheit heisst in der E-Technik j um Verwechslungen mit dem zeitabhänigen Strom zu vermeiden.

Komplexe Grössen werden oft unterstrichen geschrieben: $\underline{Z}$

Der Betrag dann ohne die Unterstreichung: $Z = |\underline{Z}|$

$$\underline{Z} = Z \cdot \mathrm{e}^{j\varphi} = Z \cdot (\cos\varphi + j\sin\varphi) \qquad \text{mit } \varphi = \text{Arg. von } \underline{Z}$$

$$\underline{Z} = Z\angle\varphi = \mathrm{Re}(\underline{Z}) + j \cdot \mathrm{Im}(\underline{Z}) \qquad \underline{Z}^\star = \text{konj. komplex}$$

(Mehr zur komplexen Rechnung inklusive den Rechenregeln in den Karten „SBP Mathe Aufbaukurs 3“)

Impedanz

Die **Impedanz** $\underline{Z}$ (auch **Scheinwiderstand**) ist der komplexe Widerstand der $\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$ erfüllt - also die Beziehung zwischen Spannungs- und Stromzeiger angibt.

Die **Resistanz** (auch **Wirkwiderstand**) $R = \mathrm{Re}(\underline{Z})$ ist der ohmsche Realteil der Impedanz.

Die **Reaktanz** (auch **Blindwiderstand**) $X = \mathrm{Im}(\underline{Z})$ ist der Imaginärteil der Impedanz.

$$\underline{Z} = R + j \cdot X = Z\angle\varphi$$

(φ = der Phasenwinkel vom Strom- zum Spannungszeiger.)

Admittanz

Die **Admittanz** $\underline{Y}$ (auch **Scheinleitwert**) ist der Kerhwert der Impedanz:

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = G + j \cdot B = Y \angle - \varphi$$

$\underline{Z}$ .... Impedanz
G .... Wirkleitwert (Konduktanz)
B .... Blindleitwert (Suszeptanz)
φ .... Phasenwinkel vom Strom- zum Spannungszeiger

Schaltung von Wechselstromwiderständen

Schaltungen von Wechselstromwiderständen können genauso berechnet werden wie bei Gleichstromwiderständen, nur dass die Rechenregeln für die komplexe Rechnung angewandt werden müssen und die Widerstandswerte frequenzabhänig sind.

z.B. Serienschaltung:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \cdots + \underline{Z}_n$$

z.B. Parallelschaltung:

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \cdots + \frac{1}{\underline{Z}_n}$$

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \cdots + \underline{Y}_n$$

Wirk-, Blind- und Scheinleistung

Wenn Strom und Spannung in Phase sind, ist die Momentanleistung $p = u{\cdot}i$ immer positiv. Wenn es einen Phasenversatz zwischen Strom und Spannung gibt so kommt es zu negativen Momentanleistungen und somit zu einem zeitweisen Energiefluss zurueck in die Quelle.

Wirkleistung $P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$ in Watt:
Die Leistung die tatsächlich am Verbraucher umgesetzt wird.

Blindleistung $Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$ in var (für Volt-Ampere reaktiv):
Die zwischen Quelle und Verbraucher hin und zurück pendelnde Leistung. (Negativ bei kapazitiver Last.)

Scheinleistung $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ in VA (für Volt-Ampere):
Die geometrische Summe aus Wirk- und Blindleitsung.

Leistungsfaktor $\cos\varphi = P/S$ (1 bei ohmscher Last)

Komplexe Scheinleistung

Bei der **komplexen Scheinleistung** $\underline{S}$ ist der Strom konjungiert Komplex einzusetzen:

$$\underline{S} = P + j \cdot Q$$

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^{\star} = U \cdot I \angle(\varphi_{\mathrm{U}} - \varphi_{\mathrm{I}})$$

P .... Wirkleistung
Q .... Scheinleistung
$\underline{U} = U\angle\varphi_{\mathrm{U}}$ .... Komplexe Spannung
$\underline{I} = I\angle\varphi_{\mathrm{I}}$ .... Komplexer Strom

Reihenresonanzkreis

Ein Reihenresonanzkreis ist eine Serienschaltung einer Induktivität und einer Kapazität. Bei der Resonanzfrequenz f_r ($\omega_\mathrm{r} = 2\pi \cdot f_\mathrm{r}$) heben sich X_L und X_C gerade auf. D.h. bei dieser Frequenz wird die Reaktanz (Blindwiderstand) des Kreises zu Null und der Kreis bildet einen Kurzschluss bei dieser Frequenz.

$$X_\mathrm{L} = -X_\mathrm{C} \quad \Rightarrow \quad \omega_\mathrm{r} \cdot L = \frac{1}{\omega_\mathrm{r} \cdot C} \quad \Rightarrow \quad \omega_\mathrm{r} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

Dabei kommt es an Induktivität und Kapazität zu hohen gegenphasigen Spannungen, die sogenannte Spannungsresonanz, die die Bauteile zerstören kann.

Parallelresonanzkreis

Ein Parallelresonanzkreis ist eine Parallelschaltung einer Induktivität und einer Kapazität. Bei der Resonanzfrequenz f_{r} ($\omega_{\mathrm{r}} = 2\pi \cdot f_{\mathrm{r}}$) heben sich B_{L} und B_{C} gerade auf. D.h. bei dieser Frequenz wird die Suszeptanz (Bleindleitwert) des Kreises zu Null und der Kreis bildet eine Unterbrechung bei dieser Frequenz.

$$B_{\mathrm{L}} = -B_{\mathrm{C}} \;\; \Rightarrow \;\; \omega_{\mathrm{r}} \cdot C = \frac{1}{\omega_{\mathrm{r}} \cdot L} \;\; \Rightarrow \;\; \omega_{\mathrm{r}} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

Dabei kommt es an Induktivität und Kapazität zu hohen gegenphasigen Strömen, die sogenannte Stromresonanz, die die Bauteile zerstören kann.

Güte und Bandbreite eines Resonanzkreises

Güte $Q_{\mathbf{ser}}$ des Reihen- und $Q_{\mathbf{par}}$ des Parallelschwingkreises:

$$Q_{\text{ser}} = \frac{U_{\text{r}}}{U} = \frac{X_{\text{r}}}{R} \qquad Q_{\text{par}} = \frac{I_{\text{r}}}{I} = \frac{R}{X_{\text{r}}}$$

U_{r} .... Betrag der Spannung an L sowie C bei Resonanz
I_{r} .... Betrag des Stroms durch L sowie C bei Resonanz
X_{r} .... Betrag der Reaktanz von L sowie C bei Resonanz

Obere und untere Grenzfrequenz $f_{\mathbf{o}}$ und $f_{\mathbf{u}}$:
Frequenz bei der U_{r} bzw. I_{r} gegenüber f_{r} auf den $1/\sqrt{2}$ fachen Wert abgesunken ist.

Bandbreite B:

$$B = f_{\text{o}} - f_{\text{u}} \qquad B = \frac{f_{\text{r}}}{Q} \qquad Q = \frac{f_{\text{r}}}{B}$$

Dreiphasen Drehstrom

Beim Dreiphasen Drehstrom werden 3 Leiter über jeweils um 120 ° Phasenversetzte Wechselspannungsquellen mit einem Neutralleiter (Sternpunkt) verbunden.

Sternspannung $U_{\curlywedge}$ ($\underline{U}_{1\mathrm{N}}$, $\underline{U}_{2\mathrm{N}}$, bzw. $\underline{U}_{3\mathrm{N}}$)**:**
Spannung zwischen Leiter und Sternpunkt

Leiterspannung U ($\underline{U}_{12}$, $\underline{U}_{23}$, bzw. $\underline{U}_{31}$)**:**
Spannung zwischen zwei Leitern (eilt $U_{i\mathrm{N}}$ um jew. 30 ° vor)

$$U = U_{\curlywedge} \cdot \sqrt{3} \qquad (\sqrt{3} = \text{Verkettungsfaktor})$$

$$U = 400\,\mathrm{V} \quad \Rightarrow \quad U_{\curlywedge} = 231\,\mathrm{V}$$

Lasten am Dreiphasen Drehstrom

Sternschaltung: Lasten (Stränge) zwischen Leitern und Sternpunkt. Laststrom = Strangstrom. Im Dreileiter-Netz ist der Sternpunkt nicht mit einem Neutralleiter verbunden.

Bei Sternschaltung im Vierleiter-Netz (sowie allgemein bei symetrischer Sternschaltung) kann die Schaltung als dreifache Einphasenschaltung mit gemeinsamen Rückleiter berechnet werden.

Dreieckschaltung: Die Lasten (Stränge) zwischen den Leitern (reines Dreileiter-Netz).

Bei gleichem Lastwiderstand wird in der Dreieckschaltung dreimal soviel Leistung wie in der Sternschaltung umgesetzt.